Im Sichtfokus: das Prisma

Volumenberechnungen

Zentrale Unterrichtsziele

* Abstraktionsleistung: Wechsel zwischen 3-D-Modellen und (zweidimensionalen) 3-D-Ansichten von Prismen
* Anwendung der Erkenntnis, dass bei Prismen die Grund- und Deckflächen identisch und parallel sind und, dass die Seitenflächen aus Rechtecken bestehen
* Verschiedene Prismen kennenlernen (Quader, Würfel, Dreiecksprisma, Trapezprisma, Sechseckprisma) und deren Volumen berechnen
* Die Formeln für das Volumen von Würfel und Quader verallgemeinern und für alle Prismen anwendbar machen

Rahmenbedingungen

Fach: Mathematik

Klasse: 8

Zeit: 45 Minuten

Material: Prismen

Verpackungen

Projektor

Dokucam

Messbecher

Auf einen Blick

Die Stunde ist geeignet für den Mathematikunterricht in Klasse 8 als Einstieg in das Thema „Prismen“.

Bezug zum Lehrplan

Die Unterrichtseinheit ist dem Fach Mathematik des Bildungsplans zuzuordnen. Hier heißt es etwa: „Die Schülerinnen und Schüler können Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren sowie Oberflächen- und Rauminhalt von Körpern berechnen und von zusammengesetzten Körpern bestimmen. Dabei wenden sie auch Formeln zur Berechnung grundlegender Flächen- und Rauminhalte an.“

Didaktisch-methodischer Hintergrund

Die SuS bekommen 3-D-Prismen ausgehändigt. Hierdurch sollen sowohl Haptik als auch die visuelle Wahrnehmung gefördert werden; die verschiedenen Körper sollen begriffen werden. Durch anschließendes Präsentieren des Körpers mit der Dokumentenkamera wird der Körper auf einer „flachen“ Tafel zweidimensional gezeigt. Er wird zwar dreidimensional dargestellt, ist realiter aber zweidimensional. Da die SuS den Körper aber zuvor in den Händen gehalten, gedreht und begutachtet haben, fällt ihnen der Transfer vom realen zum abstrakten Körper in der Regel leicht.

Sachanalyse

Ein Prisma ist ein geometrischer Körper, der durch eine Parallelverschiebung eines Vielecks im Raum entsteht, wobei der Verschiebungsvektor nicht parallel zur Ebene des Vielecks ist. Steht der Verschiebungsvektor senkrecht zum Vieleck, so spricht man von einem geraden Prisma –, steht er nicht senkrecht, ergibt sich ein schiefes Prisma.

Das gegebene Vieleck wird als Grundfläche bezeichnet, das entstehende Bildvieleck als Deckfläche. Die anderen Begrenzungsflächen werden zusammengefasst als Mantelflächen bezeichnet.

Man unterscheidet die Adsorbtionschromatografie und die Verteilungschromatografie: Bei der Adsorbtionschromatografie wird ein Bestandteil des Gemisches von der stationären Phase adsorbiert. Bei der Verteilungschromatografie wird ein Bestandteil des Gemisches in der mobilen Phase gelöst und dann aufgrund der Fließgeschwindigkeit von anderen Bestandteilen getrennt.

Der Abstand zwischen Grund- und Deckfläche wird als Höhe des Prismas bezeichnet.  
Als Kennzeichen eines (geraden) Prismas werden folgende aufgeführt:

* Grund- und Deckfläche sind parallel
* Grund- und Deckfläche sind kongruent
* Der Mantel wird durch Rechtecke begrenzt

Hinweis: Bei einem schiefen Prisma wird der Mantel durch Parallelogramme begrenzt. Würfel und Rechtecke sind Spezialfälle des Prismas, da hier jede Seite als Grundfläche in Frage kommt.

Formeln

Volumen:

Das Volumen eines Prismas lässt sich aus der Grundfläche und der Höhe berechnen:

Volumen = Grundfläche ∙ Höhe 🡺 V = G ∙ h

Oberfläche:

Die Oberfläche eines Prismas setzt sich zusammen aus der Grund- und der Deckfläche

und den Mantelfächen:

Oberfläche = 2 ∙ Grundfläche + Mantelfläche 🡺 O = 2 ∙ G + M

Dabei lässt sich die Mantelfläche aus dem Umfang der Grundfläche und der Höhe berechnen:

Mantelfläche = Umfang ∙ Höhe 🡺 M = u ∙ h

Oberfläche = 2 ∙ Grundfläche + Umfang ∙ Höhe 🡺 O = 2 ∙ G + u ∙ h

Unterrichtsverlauf

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Zeit | Phase | Interaktion | Material /  Hardware |
| 10 | Einstieg  Erarbeitung 1 / Sicherung 1 | **Impuls und Fragestellungen:**  Auf dem Lehrerpult werden verschiedene Prismen ausgelegt.   * L: Welche Gemeinsamkeiten erkennt ihr?   + Boden- und Deckfläche sind parallel   + Seitenflächen sind Rechtecke * Erkenntnis: Körper mit diesen Eigenschaften nennt man Prismen. * Die SuS bekommen ein Arbeitsblatt (parallel arbeitet die Lehrkraft mit der Folie). Die Eigenschaften des Prismas werden festgehalten. | Verschiedene Prismen  AB, Folie  Dokucam  Projektor |
| 5 | Problem | **Notwendigkeit einer Berechnungsformel erkennen:**  Verschiedene Verpackungen werden vorne ausgelegt.   * L: Wie finde ich heraus, in welche Verpackung am meisten Inhalt passt?   SuS machen Vorschläge   * Prolemlösungsvorschlag: das Volumen muss berechnet werden. Wie kann das Volumen von Prismen berechnet werden? | Verpackungen |
| 15 | Erarbeitung 2 | **Transfer anregen:**  Über das Bekannte (Volumen von Würfel, Quader) soll auf das Neue geschlossen werden.   * L: Wie berechnet man das Volumen von Quader und Würfel?   Formeln werden auf der Folie eingetragen.  Durch Tipps sollen die Schüler darauf kommen, dass allgemein jeweils die Grundfläche mit der Höhe multipliziert wird.  Vermutung: Das Volumen von Prismen wird durch  V = A \* h berechnet.   * L: Das wollen wir gemeinsam an einem Beispiel, an einem Dreiecksprisma überprüfen. Die SuS sollen hierzu Vorschläge machen. L: Wie kann man ein Volumen bestimmen, ohne es auszurechnen?   Idee und Impuls: mit dem Messbecher  Zwei SuS messen das Volumen des Prismas mit einer Flüssigkeit (Wasser), andere bestimmen für die Rechnung die notwendigen Maße des Prisma. Parallel wird auf der Folie das Volumen des Prismas beingetragen. | Dreiecksprisma  Messbecher  Folie  Dokucam  Projektor |
| 15 | Sicherung 2 | **Anwendung der gelernten Formel:**   * Die SuS werden in sechs Gruppen eingeteilt, jede bekommt eine Verpackung. Von dieser sollen sie jeweils das Volumen bestimmen. * Ihre Rechenwege werden abschließend mit Hilfe der Dokucam besprochen. | Verpackungen  Dokucam  Projektor |

Arbeitsblatt

**Das Volumen eines Prismas**

Das Prisma

|  |  |
| --- | --- |
| Definition | Ein Prisma ist ein Körper mit folgenden Eigenschaften:  . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . |
| Volumen  Vermutung  Überprüfung  Rechnung | Würfel und Quader sind besondere Prismen, für sie gilt:  Würfel: V = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Quader: V = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  *Alle Prismen lassen sich allgemein mit der Formel V = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ berechnen.*  Überprüfungsbeispiel am Dreiecksprisma: Das gemessene Volumen beträgt \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   Maße: |
| Regel | Das Volumen eines Prismas berechnet sich allgemein aus der Formel:  . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . |

Im Sichtfokus: das Prisma - Nachklapp zur Technik

Einsatz der Epson Hardware in der Stunde

* Die Prismen, die von der Lehrkraft gezeigt werden, werden zusätzlich mit der Dokucam an die Tafel projiziert. Der didaktische Gedanke dahinter ist es, ein 3D Modell, das die SuS gerade noch in den Händen gehalten haben, jetzt in 2D an der Tafel abgebildet zu sehen.

Es muss ein Endgerät (Laptop oder Tablet) vorhanden sein.

Bitte beachten Sie

* Gemeinsame Berechnungen: Rechnet der Lehrer (unter der Dokucam) identisch wie die SuS direkt auf dem Arbeitsblatt, ist es für SuS einfacher zu erkennen, was die Lehrkraft macht. Ansonsten müssen sie noch den Transfer zwischen Arbeitsblatt und Tafelbild leisten.
* Des Weiteren ist es für die Lehrkraft einfacher, Kanten und Flächen an Körpern zu zeigen mit Hilfe der Dokucam anstatt eines 2D Tafelbildes, bei dem ein Körper erst isometrisch gezeichnet werden müsste.

Zur Software

Digital gestützte Unterrichtsstunden sollten immer softwareunabhängig sein. Dadurch können sie unkompliziert mit jedem Endgerät durchgeführt werden.