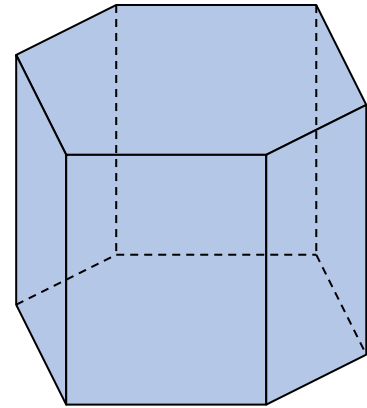


# Im Sichtfokus: das Prisma

## Volumenberechnungen

### Zentrale Unterrichtsziele

- Abstraktionsleistung: Wechsel zwischen 3-D-Modellen und (zweidimensionalen) 3-D-Ansichten von Prismen
- Anwendung der Erkenntnis, dass bei Prismen die Grund- und Deckflächen identisch und parallel sind und, dass die Seitenflächen aus Rechtecken bestehen
- Verschiedene Prismen kennenlernen (Quader, Würfel, Dreiecksprisma, Trapezprisma, Sechseckprisma) und deren Volumen berechnen
- Die Formeln für das Volumen von Würfel und Quader verallgemeinern und für alle Prismen anwendbar machen



### Rahmenbedingungen

Die Stunde ist geeignet für den Mathematikunterricht in Klasse 8 als Einstieg in das Thema „Prismen“.

### Bezug zum Lehrplan

Die Unterrichtseinheit ist dem Fach Mathematik des Bildungsplans zuzuordnen. Hier heißt es etwa: „Die Schülerinnen und Schüler können Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren sowie Oberflächen- und Rauminhalt von Körpern berechnen und von zusammengesetzten Körpern bestimmen. Dabei wenden sie auch Formeln zur Berechnung grundlegender Flächen- und Rauminhalte an.“

### Didaktisch-methodischer Hintergrund

Die SuS bekommen 3-D-Prismen ausgehändigt. Hierdurch sollen sowohl Haptik als auch die visuelle Wahrnehmung gefördert werden; die verschiedenen Körper sollen begriffen werden. Durch anschließendes Präsentieren des Körpers mit der Dokumentenkamera wird der Körper auf einer „flachen“ Tafel zweidimensional gezeigt. Er wird zwar dreidimensional dargestellt, ist realiter aber zweidimensional. Da die SuS den Körper aber zuvor in den Händen gehalten, gedreht und begutachtet haben, fällt ihnen der Transfer vom realen zum abstrakten Körper in der Regel leicht.

### Sachanalyse

Ein Prisma ist ein geometrischer Körper, der durch eine Parallelverschiebung eines Vielecks im Raum entsteht, wobei der Verschiebungsvektor nicht parallel zur Ebene des Vielecks ist. Steht der Verschiebungsvektor senkrecht zum Vieleck, so spricht man von einem geraden Prisma –, steht er nicht senkrecht, ergibt sich ein schiefes Prisma.

### Auf einen Blick

<b>Fach:</b>	Mathematik
<b>Klasse:</b>	8
<b>Zeit:</b>	45 Minuten
<b>Material:</b>	Prismen Verpackungen Projektor Dokucam Messbecher

Das gegebene Vieleck wird als Grundfläche bezeichnet, das entstehende Bildvieleck als Deckfläche. Die anderen Begrenzungsflächen werden zusammengefasst als Mantelflächen bezeichnet.

Der Abstand zwischen Grund- und Deckfläche wird als Höhe des Prismas bezeichnet.

Als Kennzeichen eines (geraden) Prismas werden folgende aufgeführt:

- Grund- und Deckfläche sind parallel
- Grund- und Deckfläche sind kongruent
- Der Mantel wird durch Rechtecke begrenzt

Hinweis: Bei einem schiefen Prisma wird der Mantel durch Parallelogramme begrenzt. Würfel und Rechtecke sind Spezialfälle des Prismas, da hier jede Seite als Grundfläche in Frage kommt.

## Formeln

### Volumen:

Das Volumen eines Prismas lässt sich aus der Grundfläche und der Höhe berechnen:

$$\text{Volumen} = \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe} \quad \rightarrow \quad V = G \cdot h$$

### Oberfläche:

Die Oberfläche eines Prismas setzt sich zusammen aus der Grund- und der Deckfläche und den Mantelflächen:

$$\text{Oberfläche} = 2 \cdot \text{Grundfläche} + \text{Mantelfläche} \quad \rightarrow \quad O = 2 \cdot G + M$$

Dabei lässt sich die Mantelfläche aus dem Umfang der Grundfläche und der Höhe berechnen:

$$\text{Mantelfläche} = \text{Umfang} \cdot \text{Höhe} \quad \rightarrow \quad M = u \cdot h$$

$$\text{Oberfläche} = 2 \cdot \text{Grundfläche} + \text{Umfang} \cdot \text{Höhe} \quad \rightarrow \quad O = 2 \cdot G + u \cdot h$$

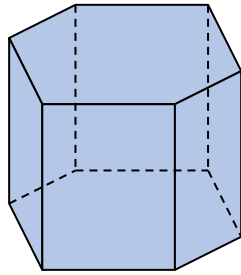
## Unterrichtsverlauf

Zeit	Phase	Interaktion	Material / Hardware
10	Einstieg  Erarbeitung 1 / Sicherung 1	<p><b>Impuls und Fragestellungen:</b></p> <p>Auf dem Lehrerpult werden verschiedene Prismen ausgelegt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- L: Welche Gemeinsamkeiten erkennt ihr? <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Boden- und Deckfläche sind parallel</li> <li>▪ Seitenflächen sind Rechtecke</li> </ul> </li> <li>- Erkenntnis: Körper mit diesen Eigenschaften nennt man Prismen.</li> <li>- Die SuS bekommen ein Arbeitsblatt (parallel arbeitet die Lehrkraft mit der Folie). Die Eigenschaften des Prismas werden festgehalten.</li> </ul>	<p>Verschiedene Prismen</p> <p>AB, Folie Dokucam Projektor</p>
5	Problem	<p><b>Notwendigkeit einer Berechnungsformel erkennen:</b></p> <p>Verschiedene Verpackungen werden vorne ausgelegt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- L: Wie finde ich heraus, in welche Verpackung am meisten Inhalt passt? SuS machen Vorschläge</li> <li>- Problemlösungsvorschlag: das Volumen muss berechnet werden. Wie kann das Volumen von Prismen berechnet werden?</li> </ul>	<p>Verpackungen</p>
15	Erarbeitung 2	<p><b>Transfer anregen:</b></p> <p>Über das Bekannte (Volumen von Würfel, Quader) soll auf das Neue geschlossen werden.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- L: Wie berechnet man das Volumen von Quader und Würfel? Formeln werden auf der Folie eingetragen. Durch Tipps sollen die Schüler darauf kommen, dass allgemein jeweils die Grundfläche mit der Höhe multipliziert wird. Vermutung: Das Volumen von Prismen wird durch <math>V = A \cdot h</math> berechnet.</li> <li>- L: Das wollen wir gemeinsam an einem Beispiel, an einem Dreiecksprisma überprüfen. Die SuS sollen hierzu Vorschläge machen. L: Wie kann man ein Volumen bestimmen, ohne es auszurechnen? Idee und Impuls: mit dem Messbecher Zwei SuS messen das Volumen des Prismas mit einer Flüssigkeit (Wasser), andere bestimmen für die Rechnung die notwendigen Maße des Prisma. Parallel wird auf der Folie das Volumen des Prismas eingetragen.</li> </ul>	<p>Dreiecksprisma Messbecher Folie</p> <p>Dokucam Projektor</p>
15	Sicherung 2	<p><b>Anwendung der gelernten Formel:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die SuS werden in sechs Gruppen eingeteilt, jede bekommt eine Verpackung. Von dieser sollen sie jeweils das Volumen bestimmen.</li> <li>- Ihre Rechenwege werden abschließend mit Hilfe der Dokucam besprochen.</li> </ul>	<p>Verpackungen Dokucam Projektor</p>

## Arbeitsblatt

### Das Volumen eines Prismas

Das Prisma



#### Definition

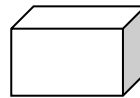
Ein Prisma ist ein Körper mit folgenden Eigenschaften:

.....

.....

#### Volumen

Würfel und Quader sind besondere Prismen, für sie gilt:



Würfel:  $V =$  \_\_\_\_\_

Quader:  $V =$  \_\_\_\_\_

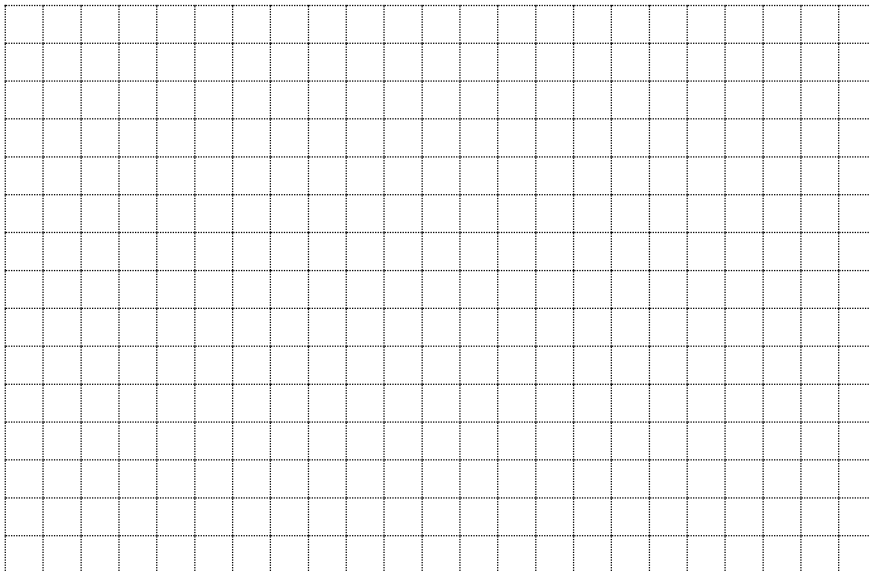
#### Vermutung

Alle Prismen lassen sich allgemein mit der Formel  $V =$  \_\_\_\_\_ berechnen.

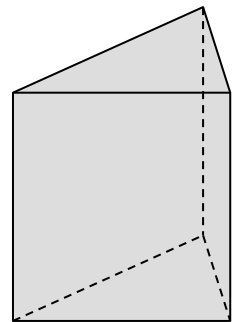
#### Überprüfung

Überprüfungsbeispiel am Dreiecksprisma: Das gemessene Volumen beträgt \_\_\_\_\_.

#### Rechnung



Maße:



#### Regel

Das Volumen eines Prismas berechnet sich allgemein aus der Formel:

.....

## Im Sichtfokus: das Prisma - Nachklapp zur Technik

### Einsatz der Epson Hardware in der Stunde

- Die Prismen, die von der Lehrkraft gezeigt werden, werden zusätzlich mit der Dokucam an die Tafel projiziert. Der didaktische Gedanke dahinter ist es, ein 3D Modell, das die SuS gerade noch in den Händen gehalten haben, jetzt in 2D an der Tafel abgebildet zu sehen.
- Gemeinsame Berechnungen: Rechnet der Lehrer (unter der Dokucam) identisch wie die SuS direkt auf dem Arbeitsblatt, ist es für SuS einfacher zu erkennen, was die Lehrkraft macht. Ansonsten müssen sie noch den Transfer zwischen Arbeitsblatt und Tafelbild leisten.
- Des Weiteren ist es für die Lehrkraft einfacher, Kanten und Flächen an Körpern zu zeigen mit Hilfe der Dokucam anstatt eines 2D Tafelbildes, bei dem ein Körper erst isometrisch gezeichnet werden müsste.

Bitte beachten Sie

Es muss ein Endgerät (Laptop oder Tablet) vorhanden sein.

### Zur Software

Digital gestützte Unterrichtsstunden sollten immer softwareunabhängig sein. Dadurch können sie unkompliziert mit jedem Endgerät durchgeführt werden.